Soek jy 'n fantastiese tutor?

www.teachme2.com/matriek

Byeengebring deur

teachme2

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek

basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

NOVEMBER 2023

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 23 bladsye.

Kopiereg voorbehou

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek

VRAAG 1

Vragmotorbestuurders ry 'n sekere afstand en neem 'n kort ruskans voordat hulle verder reis. 'n Bestuurder het rekord gehou van die afstand (in km) wat hy oor 8 ritte afgelê het en die hoeveelheid rustyd (in minute) voordat hy sy reis voortgesit het. Die inligting word in die tabel hieronder gegee.

Afstand gery (in km) (x)	180	200	400	600	170	350	270	300
Hoeveelheid rustyd (in minutes) (y)	20	25	55	120	15	50	40	45

1.1 Bepaal die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn vir die data. (3)

1.2 Indien 'n vragmotorbestuurder 550 km gereis het, voorspel die hoeveelheid tyd (in minute) wat hy moet rus voordat hy met sy reis voortgaan. (2)

1.3 Skryf die korrelasiekoëffisiënt vir die data neer. (1)

1.4 Interpreteer jou antwoord op VRAAG 1.3. (1)

1.5 By elke stopplek het die vragmotorbestuurder geld aan kos en ander verversings gespandeer. Die bedrag gespandeer (in rand) word in die tabel hieronder gegee.

100	150	130	200	50	180	200	190

1.5.1 Bereken die gemiddelde bedrag geld wat hy by elke stopplek gespandeer het. (2)

1.5.2 Bereken die standaardafwyking van die data. (1)

1.5.3 By hoeveel stopplekke het die vragmotorbestuurder 'n bedrag gespandeer wat minder as een standaardafwyking onder die gemiddelde was? (2)

[12]

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek

VRAAG 2

By 'n sekere skool wou die personeelkomitee bepaal hoeveel glase water die personeel gedurende 'n skooldag drink. Alle personeel teenwoordig op 'n spesifieke dag is ondervra. Die inligting word in die tabel hieronder getoon.

AANTAL GLASE WATER PER DAG GEDRINK	GETAL PERSONEELLEDE
$0 \leq x < 2$	5
$2 \leq x < 4$	15
$4 \leq x < 6$	13
$6 \leq x < 8$	5
$8 \leq x < 10$	2

2.1 Voltooi die kumulatiewefrekwensie-kolom wat in die tabel in die ANTWOORDEBOEK verskaf word. (2)

2.2 Met hoeveel personeellede is onderhoude gevoer? (1)

2.3 Hoeveel personeellede het minder as 6 glase water gedurende 'n skooldag gedrink? (1)

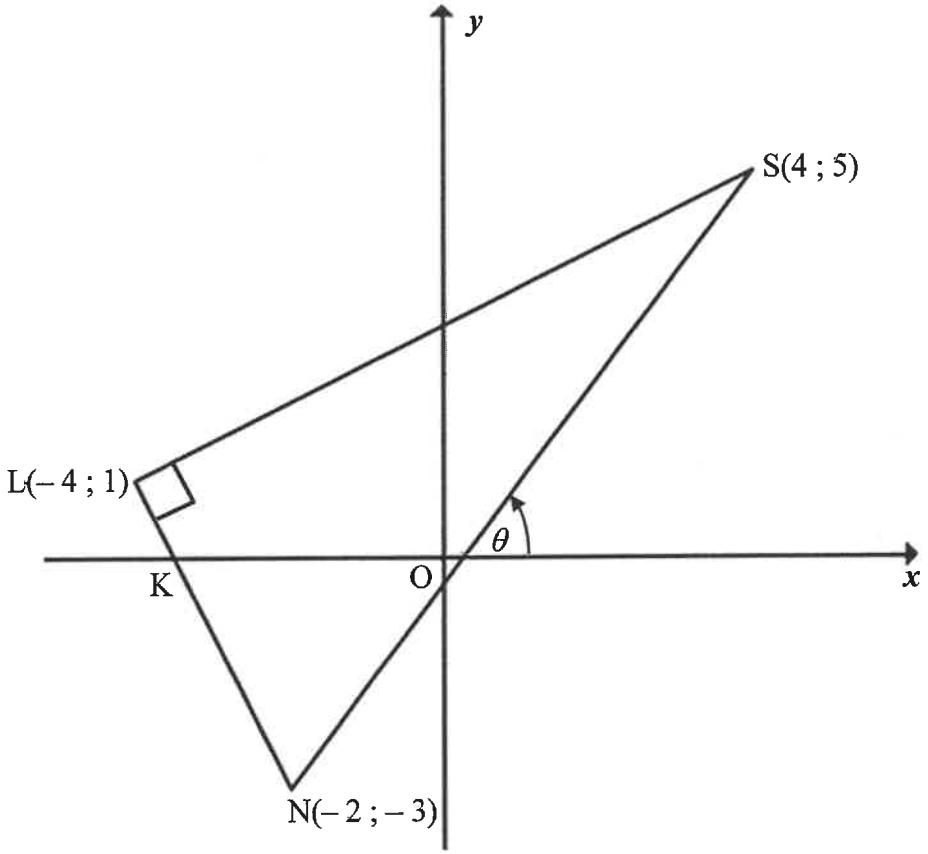
2.4 Die personeelkomitee het waargeneem dat k personeellede op die dag van die onderhoude afwesig was. Daar is gevind dat die helfte van hierdie k personeellede van 0 tot minder as 2 (dit wil sê $0 \leq x < 2$) glase water per dag gedrink het, terwyl die res van hulle van 4 tot minder as 6 (dit wil sê $4 \leq x < 6$) glase water per dag gedrink het. Wanneer hierdie k onderwysers by die data ingereken word, is die benaderde gemiddelde 4 glase water per personeellid per dag.

Hoeveel personeellede was op die dag van die onderhoude afwesig? (4)
[8]

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek

VRAAG 3

In die figuur is L(– 4 ; 1), S(4 ; 5) en N(– 2 ; – 3) die hoekpunte van 'n driehoek met $S\hat{L}N = 90°$. LN sny die x-as by K.



3.1 Bereken die lengte van SL. Laat jou antwoord in wortelvorm. (2)

3.2 Bereken die gradiënt van SN. (2)

3.3 Bereken die grootte van θ, die inklinasiehoek van SN. (2)

3.4 Bereken die grootte van $L\hat{N}S$. (3)

3.5 Bepaal die vergelyking van die lyn wat deur L gaan en parallel aan SN is. Skryf jou antwoord in die vorm $y = mx + c$. (3)

3.6 Bereken die oppervlak van ΔLSN. (3)

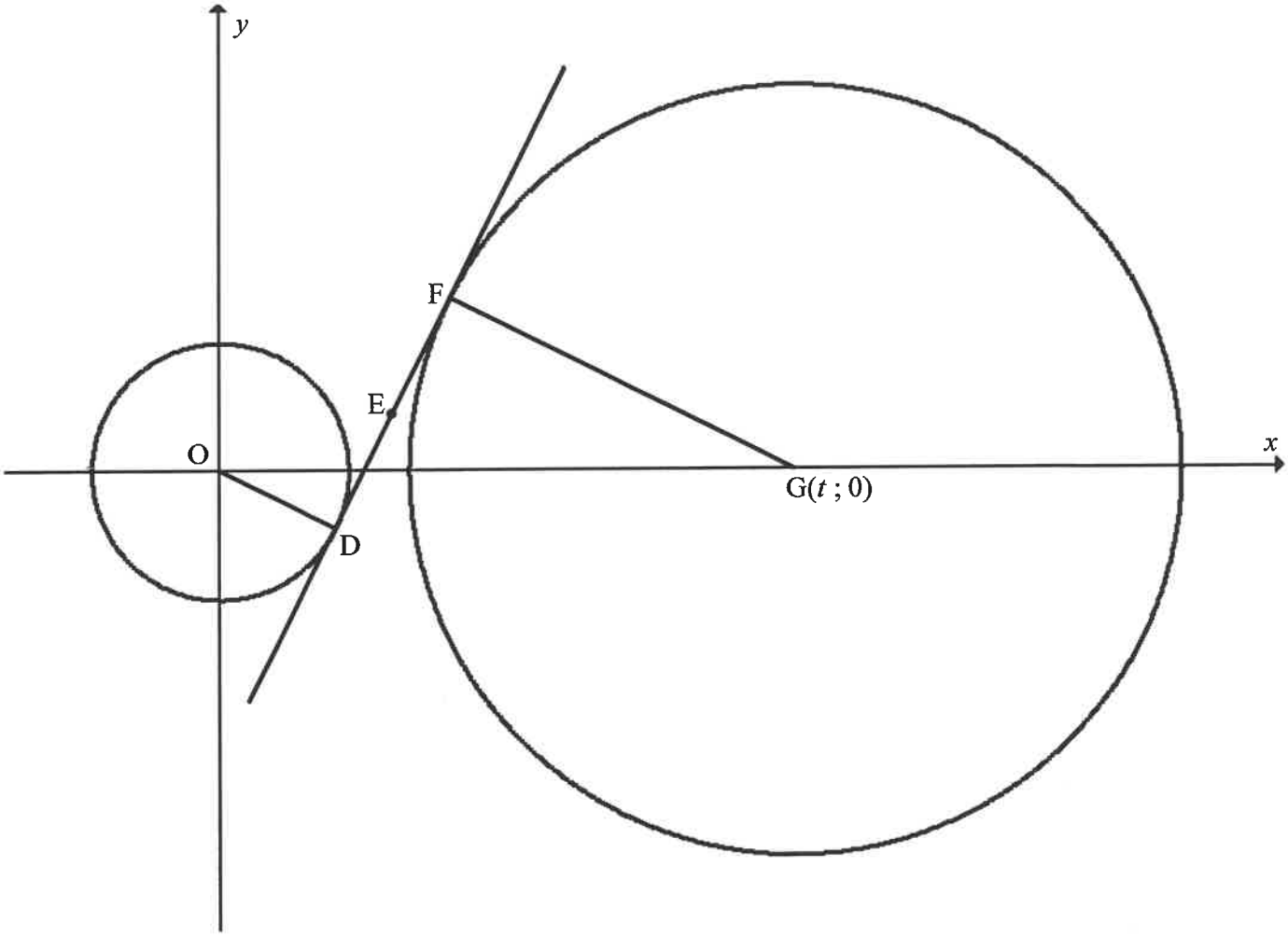
3.7 Bereken die koördinate van punt P, wat ewe ver van L, S en N is. (3)

3.8 Bereken die grootte van $L\hat{P}S$. (2)
[20]

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek

VRAAG 4

In die diagram is O die middelpunt van die sirkel met vergelyking $x^2 + y^2 = 20$. $G(t\ ;\ 0)$ is die middelpunt van die groter sirkel. 'n Gemeenskaplike raaklyn raak die sirkels by D en F onderskeidelik, sodanig dat $D(p\ ;\ -2)$ in die 4de kwadrant lê.



4.1 Dit word gegee dat $D(p\ ;\ -2)$ op die kleiner sirkel lê. Toon dat $p = 4$. (2)

4.2 $E(6\ ;\ 2)$ is die middelpunt van DF. Bepaal die koördinate van F. (3)

4.3 Bepaal die vergelyking van die gemeenskaplike raaklyn, DF, in die vorm $y = mx + c$. (4)

4.4 Bereken die waarde van t. Toon ALLE berekeninge. (3)

4.5 Bepaal die vergelyking van die groter sirkel in die vorm $ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$. (4)

4.6 Die kleiner sirkel moet k eenhede langs die x-as getransleer word sodat dit die groter sirkel inwendig raak. Bereken die moontlike waardes van k. (4)

[20]

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek

VRAAG 5

5.1 Gegee: $\sin\beta = \frac{1}{3}$, waar $\beta \in (90° ; 270°)$

Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, bepaal elk van die volgende:

5.1.1 $\cos\beta$ (3)

5.1.2 $\sin 2\beta$ (3)

5.1.3 $\cos(450° - \beta)$ (3)

5.2 Gegee: $\frac{\cos^4 x + \sin^2 x.\cos^2 x}{1+\sin x}$

5.2.1 Bewys dat $\frac{\cos^4 x + \sin^2 x.\cos^2 x}{1+\sin x} = 1 - \sin x$ (4)

5.2.2 Vir watter waarde(s) van x in die interval $x \in [0° ; 360°]$ is $\frac{\cos^4 x + \sin^2 x.\cos^2 x}{1+\sin x}$ ongedefinieerd? (2)

5.2.3 Skryf die minimum waarde neer van die funksie gedefinieer deur $y = \frac{\cos^4 x + \sin^2 x.\cos^2 x}{1+\sin x}$ (2)

5.3 Gegee: cos(A – B) = cosAcosB + sinAsinB

5.3.1 Gebruik die identiteit hierbo om af te lei dat sin(A – B) = sinAcosB – cosAsinB (3)

5.3.2 Bepaal vervolgens of andersins die algemene oplossing van die vergelyking $\sin 48° \cos x - \cos 48° \sin x = \cos 2x$ (5)

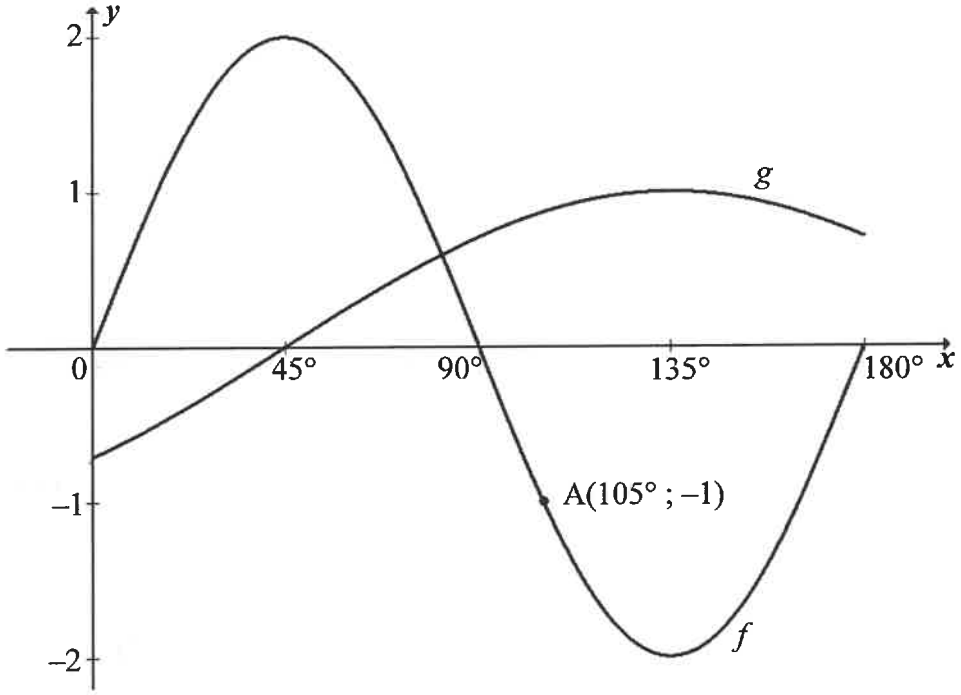
5.4 Vereenvoudig $\frac{\sin 3x + \sin x}{\cos 2x + 1}$ tot 'n enkele trigonometriese verhouding. (6)

[31]

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek

VRAAG 6

In die diagram is die grafieke van $f(x)=2\sin 2x$ en $g(x)=-\cos(x+45°)$ vir die interval $x\in[0°\,;180°]$ geskets. A(105° ; –1) is 'n punt op f.



6.1 Skryf die periode van f neer. (1)

6.2 Bepaal die waardeversameling van g in die interval $x \in [0° ; 180°]$. (2)

6.3 Bepaal die waardes van x, in die interval $x \in [0° ; 180°]$, waarvoor:

6.3.1 $f(x).g(x)>0$ (2)

6.3.2 $f(x)+1\leq 0$ (2)

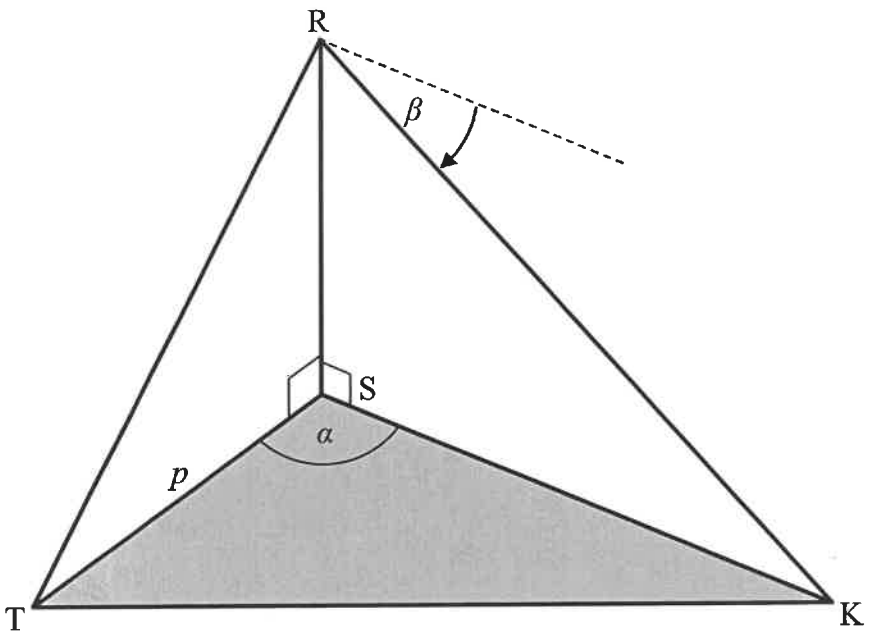
6.4 'n Ander grafiek p word as $p(x)=-f(x)$ gedefinieer. D(k ; –1) lê op p. Bepaal die waarde(s) van k in die interval $x \in [0° ; 180°]$. (3)

6.5 Grafiek h word verkry wanneer g 45° na links getransleer word. Bepaal die vergelyking van h. Skryf jou antwoord in sy eenvoudigste vorm. (2)
[12]

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek

VRAAG 7

In die diagram lê S, T en K in dieselfde horisontale vlak. RS is 'n vertikale toring. Die dieptehoek van R na K is β. $T\hat{S}K = \alpha$, TS = p meter en die oppervlak van ΔSTK is q m^2.



7.1 Bepaal die lengte van SK in terme van p, q en α. (2)

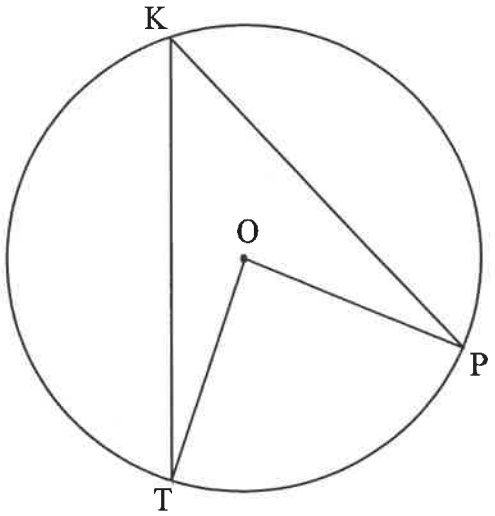
7.2 Toon dat $RS = \dfrac{2q\tan\beta}{p\sin\alpha}$ (2)

7.3 Bereken die grootte van α as $\alpha < 90°$ en RS = 70 m, p = 80 m, q = 2 500 m^2 en $\beta = 42°$. (3)
[7]

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek

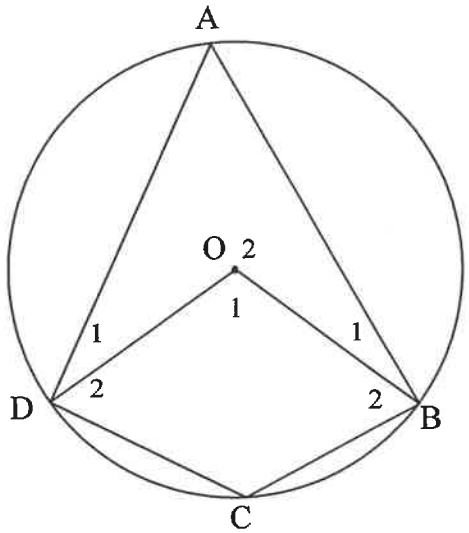
VRAAG 8

8.1 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel.



Gebruik die diagram hierbo om die stelling te bewys wat sê dat die hoek wat onderspan word deur 'n koord by die middelpunt van die sirkel, gelyk is aan twee keer die hoek wat deur dieselfde koord op die omtrek van die sirkel onderspan word, met ander woorde, bewys dat $T\hat{O}P = 2T\hat{K}P$. (5)

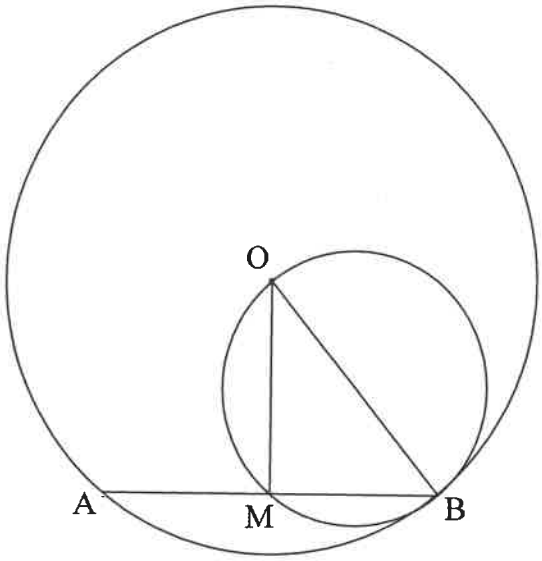
8.2 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel en ABCD is 'n koordevierhoek. OB en OD word getrek.



Indien $\hat{O}_1 = 4x + 100°$ en $\hat{C} = x + 34°$, bereken, met redes, die grootte van x. (5)

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek

8.3 In die diagram is O die middelpunt van die groter sirkel. OB is 'n middellyn van die kleiner sirkel. Koord AB van die groter sirkel sny die kleiner sirkel by M en B.



8.3.1 Skryf die grootte van $O\hat{M}B$ neer. Verskaf 'n rede. (2)

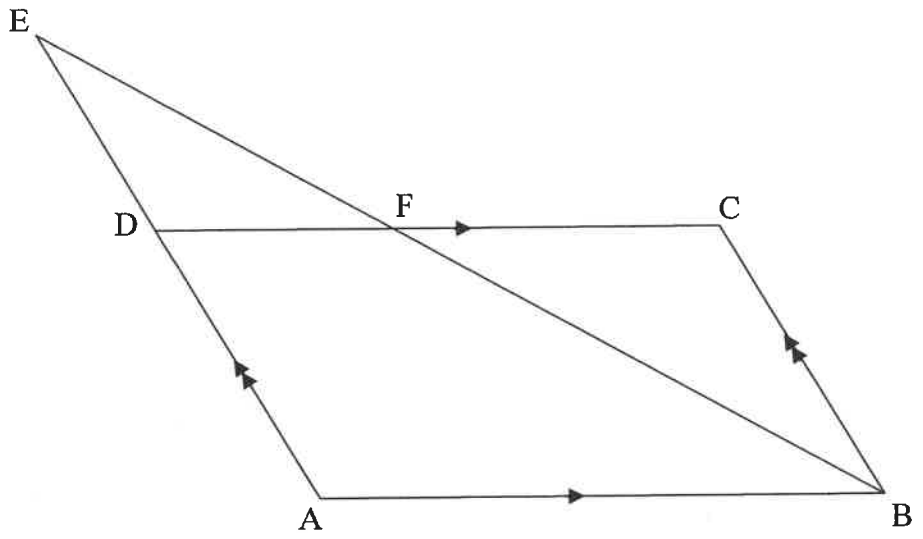
8.3.2 Indien $AB = \sqrt{300}$ eenhede en $OM = 5$ eenhede, bereken, met redes, die lengte van OB. (4)

[16]

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek

VRAAG 9

In die diagram is ABCD 'n parallelogram met AB = 14 eenhede. AD word na E verleng sodat AD : DE = 4 : 3. EB sny DC by F. EB = 21 eenhede.



9.1 Bereken, met redes, die lengte van FB. (3)

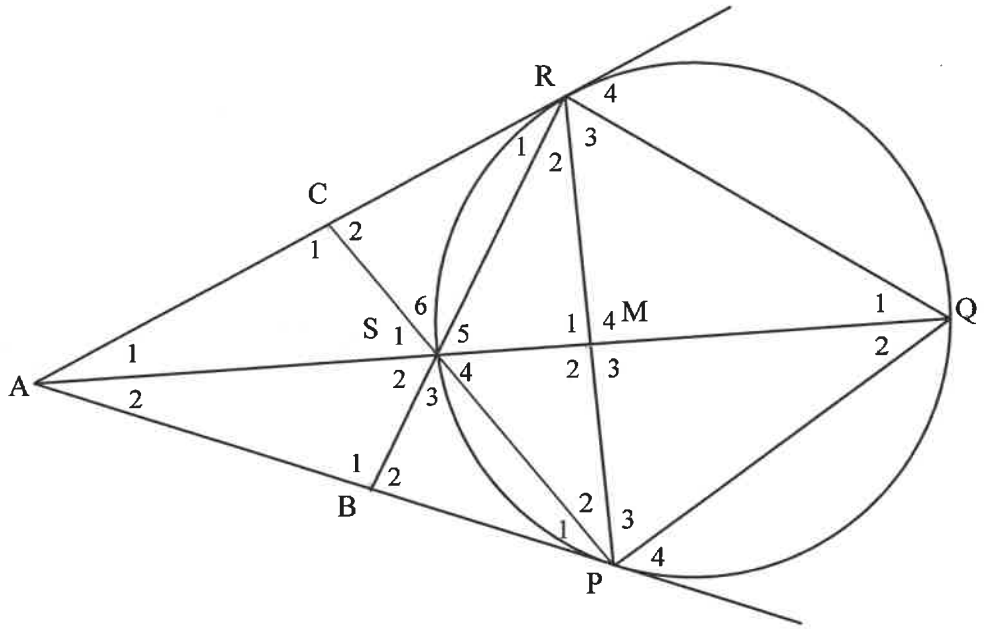
9.2 Bewys, met redes, dat $\Delta EDF \parallel\parallel \Delta EAB$. (3)

9.3 Bereken, met redes, die lengte van FC. (3)
[9]

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek

VRAAG 10

In die diagram is PQRS 'n koordevierhoek sodat PQ = PR. Die raaklyne aan die sirkel deur P en R sny QS verleng by A. RS is verleng om raaklyn AP by B te sny. PS is verleng om raaklyn AR by C te sny. PR en QS sny by M.



Bewys, met redes, dat:

10.1 $\hat{S}_3 = \hat{S}_4$ (5)

10.2 SMRC 'n koordevierhoek is (4)

10.3 RP 'n raaklyn van die sirkel is wat deur P, S en A by P gaan (6)
[15]

TOTAAL: 150

Kopiereg voorbehou

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad A = P(1-ni)$ $\quad A = P(1-i)^n$ $\quad A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$; $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad M\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

area $\Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$

Kopiereg voorbehou