# Soek jy 'n fantastiese tutor?

www.teachme2.com/matriek

Byeengebring deur

teachme2

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek

basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

# NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

## GRAAD 12

## WISKUNDE V2

## NOVEMBER 2019

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

**Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 24 bladsye.**

Kopiereg voorbehou

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek



## INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vraestel beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik in die beantwoording van die vrae, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Jy kan 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nie-programmeerbaar en nie-grafies), tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek



## VRAAG 1

Die tabel hieronder toon die maandelikse inkomste (in rand) van 6 verskillende persone en die bedrag (in rand) wat elke persoon maandeliks aan 'n motorpaaiement spandeer.

| **MAANDELIKSE INKOMSTE (IN RAND)** | 9 000 | 13 500 | 15 000 | 16 500 | 17 000 | 20 000 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **MAANDELIKSE PAAIEMENT (IN RAND)** | 2 000 | 3 000 | 3 500 | 5 200 | 5 500 | 6 000 |

1.1 Bepaal die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn vir die data. (3)

1.2 Indien 'n persoon R14 000 per maand verdien, voorspel die maandelikse paaiement wat hierdie person aan 'n motorvoertuig kan spandeer. (2)

1.3 Bepaal die korrelasiekoëffisiënt tussen die maandelikse inkomste en die maandelikse paaiement van 'n motorvoertuig. (1)

1.4 'n Persoon wat R18 000 per maand verdien, moet besluit of 'n maandelikse paaiement van R9 000 aan 'n motorvoertuig spandeer kan word, al dan nie. Indien die inligting hierbo 'n ware weerspieëling van die bevolkingsdata is, op watter van die volgende sal die persoon heel moontlik besluit:

A. Spandeer R9 000 per maand aangesien daar 'n baie sterk positiewe korrelasie tussen die bedrag verdien en die maandelikse paaiement is.

B. Spandeer NIE R9 000 per maand NIE aangesien daar 'n baie swak positiewe korrelasie tussen die bedrag verdien en die maandelikse paaiement is.

C. Spandeer R9 000 per maand, want die punt (18 000 ; 9 000) lê baie naby aan die kleinstekwadrate-regressielyn.

D. Spandeer NIE R9 000 per maand NIE, want die punt (18 000 ; 9 000) lê baie ver van die kleinstekwadrate-regressielyn af. (2)

**[8]**

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek



**VRAAG 2**

'n Opname is onder 100 mense gedoen oor die bedrag wat hulle maandeliks vir hulle selfoon-kontrakte betaal het. Die persoon wat die opname gedoen het, het bereken dat die geskatte gemiddelde betaling R309 per maand is. Ongelukkig het hy na die opname van die data verloor. Die frekwensietabel hieronder toon die gedeeltelike resultate van die ondersoek:

| BEDRAG BETAAL (IN RAND ) | FREKWENSIE |
|---|---|
| $0 < x \leq 100$ | 7 |
| $100 < x \leq 200$ | 12 |
| $200 < x \leq 300$ | $a$ |
| $300 < x \leq 400$ | 35 |
| $400 < x \leq 500$ | $b$ |
| $500 < x \leq 600$ | 6 |

2.1 Hoeveel mense het R200 of minder vir hulle maandelikse selfoonkontrakte betaal? (1)

2.2 Gebruik die inligting hierbo om te toon dat $a = 24$ en $b = 16$. (5)

2.3 Skryf die modale klas van die data neer. (1)

2.4 Gebruik die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf word en teken 'n ogief (kumulatiewefrekwensie-grafiek) om die data voor te stel. (4)

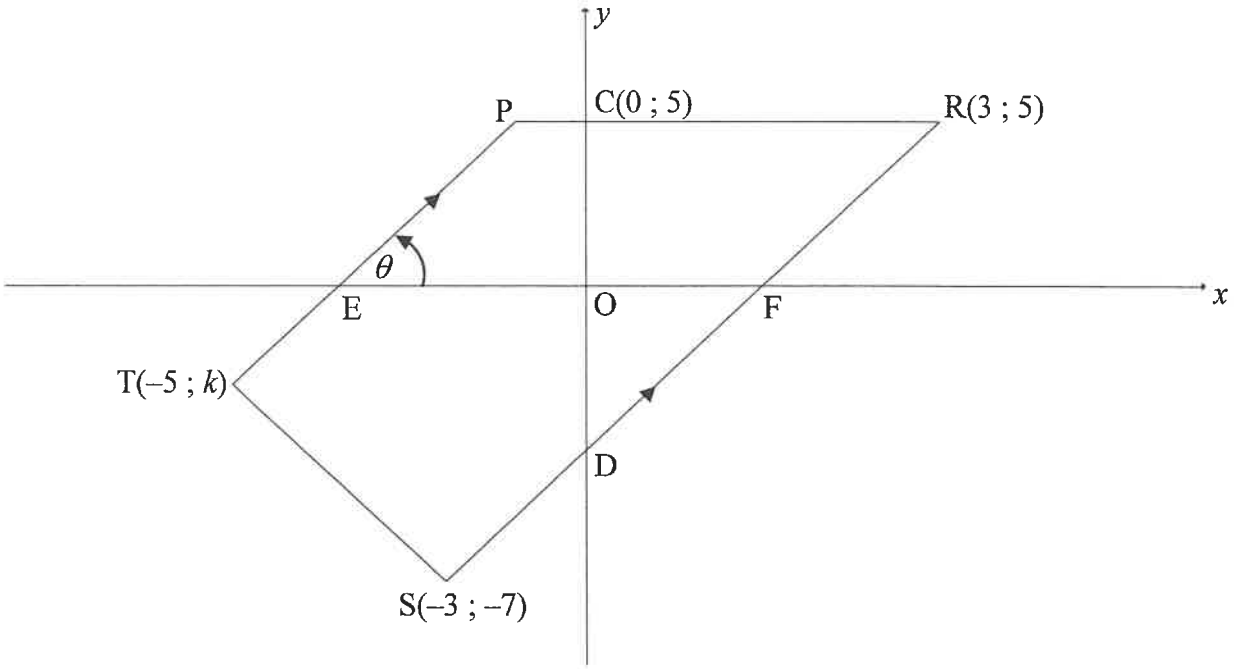
2.5 Bepaal hoeveel mense meer as R420 per maand vir hulle selfoonkontrakte betaal het. (2)
**[13]**

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek



**VRAAG 3**

In die diagram is P, R(3 ; 5), S(–3 ; –7) en T(–5 ; $k$) hoekpunte van trapesium PRST en PT || RS. RS en PR sny die $y$-as by D en C(0 ; 5) onderskeidelik. PT en RS sny die $x$-as by E en F onderskeidelik. $P\hat{E}F = \theta$.




3.1 Skryf die vergelyking van PR neer. (1)

3.2 Bereken die:

3.2.1 Gradiënt van RS (2)

3.2.2 Grootte van $\theta$ (3)

3.2.3 Koördinate van D (3)

3.3 Indien gegee word dat $TS = 2\sqrt{5}$, bereken die waarde van $k$. (4)

3.4 Parallelogram TDNS, met N in die $4^{de}$ kwadrant, word getrek. Bereken die koördinate van N. (3)

3.5 $\Delta PRD$ word om die $y$-as gereflekteer om $\Delta P'R'D'$ te vorm. Bereken die grootte van $R\hat{D}R'$. (3)

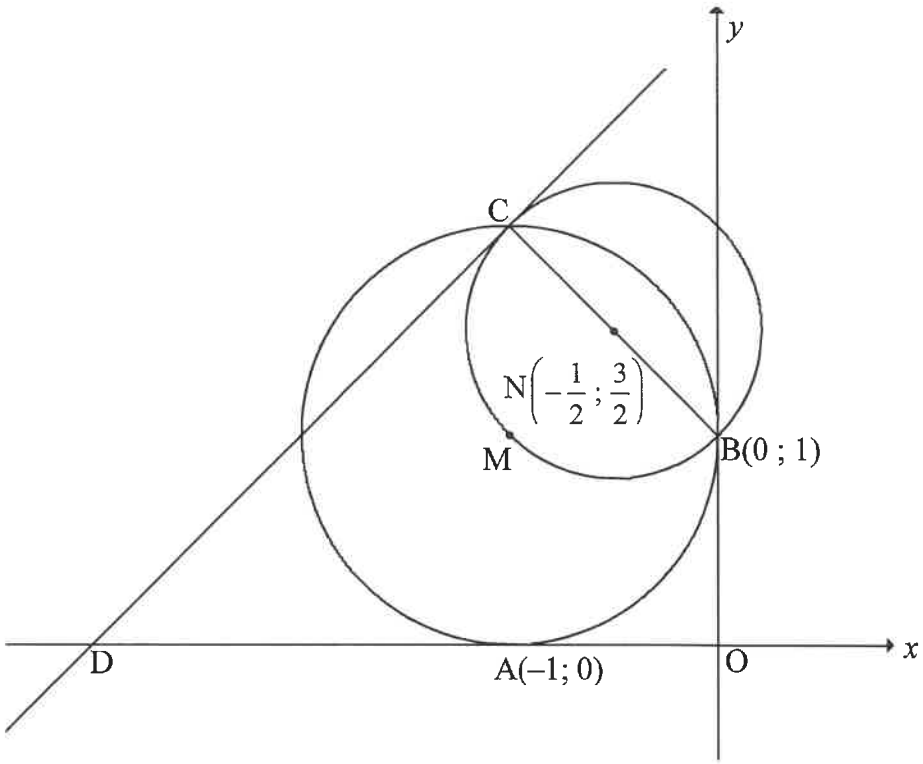
**[19]**

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek



**VRAAG 4**

In die diagram raak 'n sirkel met middelpunt M die $x$-as by A(–1 ; 0) en die $y$-as by B(0 ; 1). 'n Kleiner sirkel met middelpunt $N\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ gaan deur M en sny die groter sirkel by B en C. BNC is 'n middellyn van die kleiner sirkel. 'n Raaklyn aan die kleiner sirkel by C, sny die $x$-as by D.




4.1 Bepaal die vergelyking van die sirkel met middelpunt M in die vorm $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ (3)

4.2 Bereken die koördinate van C. (2)

4.3 Toon dat $y-x=3$ die vergelyking van die raaklyn CD is. (4)

4.4 Bepaal die waardes van $t$ waarvoor die lyn $y=x+t$ NIE die kleiner sirkel sal raak of sny NIE. (3)

4.5 Die kleiner sirkel met middelpunt N ondergaan 'n transformasie sodanig dat punt C langs die raaklyn na D getransleer word. Bereken die koördinate van E, die nuwe middelpunt van die kleiner sirkel. (3)

4.6 As gegee word dat die oppervlakte van vierhoek OBCD is $2a^2$ vierkante eenhede en $a>0$, toon dat $a=\frac{\sqrt{7}}{2}$ eenhede. (5)

**[20]**

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek



## VRAAG 5

5.1 Vereenvoudig die volgende uitdrukking na EEN trigonometriese term:

$$\frac{\sin x}{\cos x \,.\, \tan x} + \sin(180° + x)\cos(90° - x)$$ (5)

5.2 **Sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**, bepaal die waarde van: $\dfrac{\sin^2 35° - \cos^2 35°}{4\sin 10° \cos 10°}$ (4)

5.3 Gegee: $\cos 26° = m$

**Sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**, bepaal $2\sin^2 77°$ in terme van $m$. (4)

5.4 Beskou: $f(x) = \sin(x + 25°)\cos 15° - \cos(x + 25°)\sin 15°$

5.4.1 Bepaal die algemene oplossing van $f(x) = \tan 165°$ (6)

5.4.2 Bepaal die waarde(s) van $x$ waarvoor $f(x)$, in die interval $x \in [0°; 360°]$, 'n minimum waarde sal hê. (3)

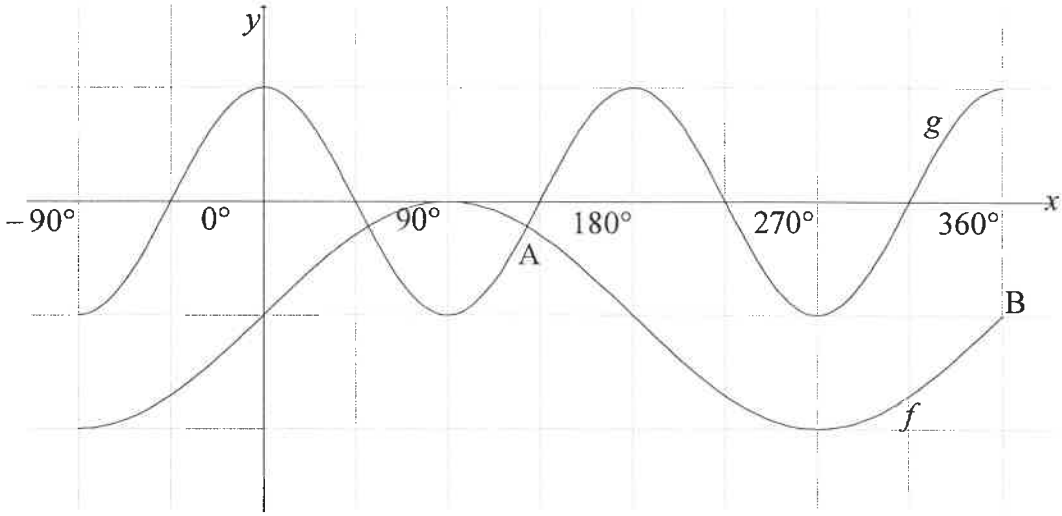
**[22]**

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek



**VRAAG 6**

In die diagram is die grafieke van $f(x) = \sin x - 1$ en $g(x) = \cos 2x$ vir die interval $x \in [-90°; 360°]$ geskets. Grafieke $f$ en $g$ sny by A. B(360° ; –1) is 'n punt op $f$.




6.1 Skryf die waardeversameling van $f$ neer. (2)

6.2 Skryf die waardes van $x$ neer in die interval $x \in [-90°; 360°]$ waarvoor grafiek $f$ afnemend is. (2)

6.3 P en Q is punte op grafieke $g$ en $f$ onderskeidelik sodanig dat PQ ewewydig aan die $y$-as is. Indien PQ tussen A en B lê, bepaal die waarde(s) van $x$ waarvoor PQ 'n maksimum sal wees. (6)

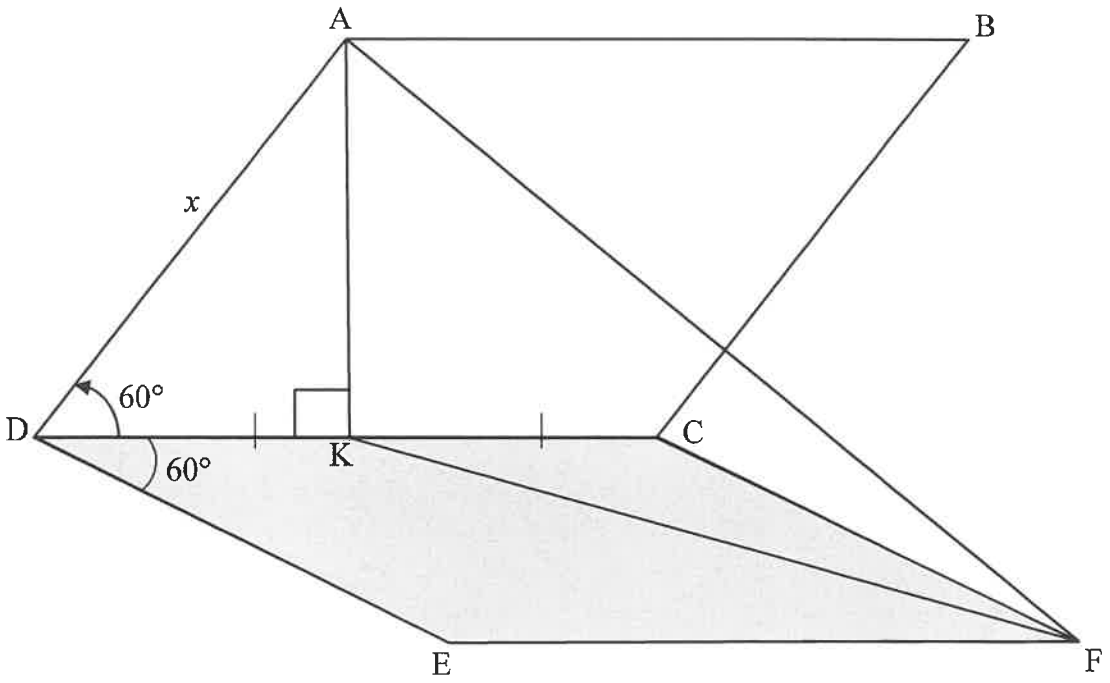
**[10]**

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek



**VRAAG 7**

Die diagram hieronder toon 'n sonpaneel, ABCD, wat aan 'n plat stuk sementblad, EFCD, vasgeheg is. ABCD en EFCD is twee identiese ruite. K is 'n punt op DC sodanig dat $DK = KC$ en $AK \perp DC$. AF en KF is getrek. $A\hat{D}C = C\hat{D}E = 60°$ en $AD = x$ eenhede.




7.1 Bepaal AK in terme van $x$. (2)

7.2 Skryf die grootte van $K\hat{C}F$ neer. (1)

7.3 Verder word gegee dat $A\hat{K}F$, die hoek tussen die sonpaneel en die sementblad, gelyk is aan $y$. Bepaal die oppervlakte van $\Delta AKF$ in terme van $x$ en $y$. (7)

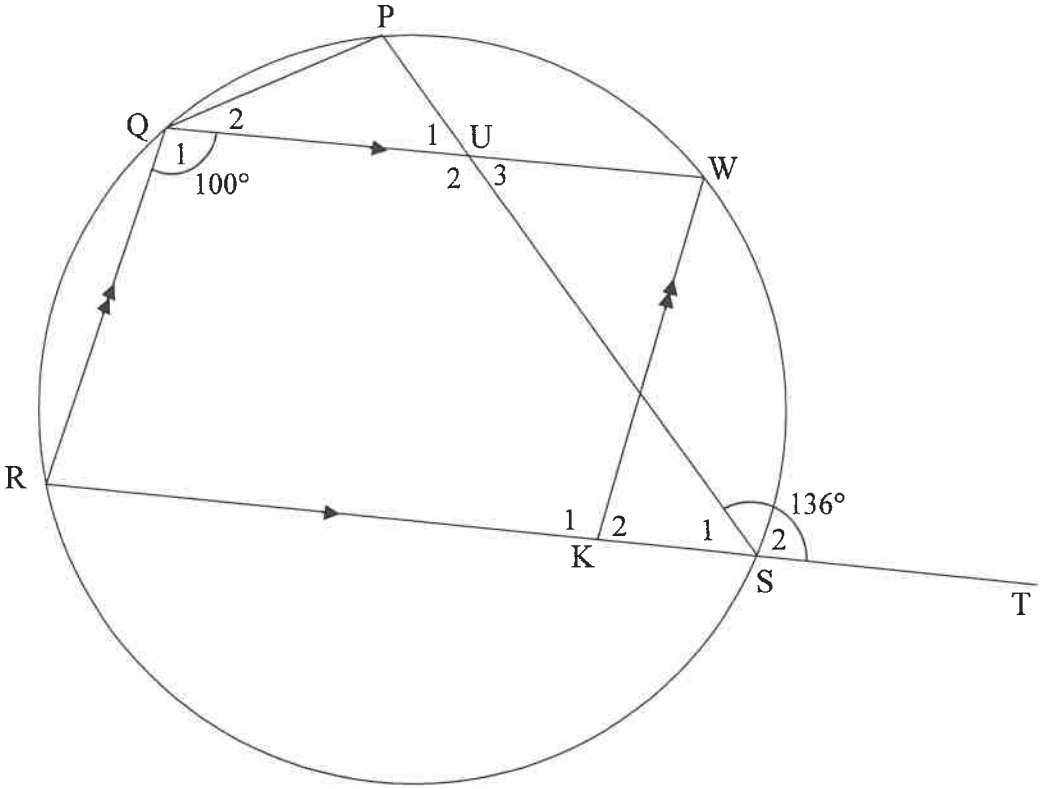
**[10]**

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek



## VRAAG 8

8.1 In die diagram is PQRS 'n koordevierhoek. Koord RS is verleng na T. K is 'n punt op RS en W is 'n punt op die sirkel sodanig dat QRKW 'n parallelogram is. PS en QW sny mekaar by U. $P\hat{S}T = 136°$ en $\hat{Q}_1 = 100°$.




Bepaal, met redes, die grootte van:

8.1.1 $\hat{R}$ (2)

8.1.2 $\hat{P}$ (2)

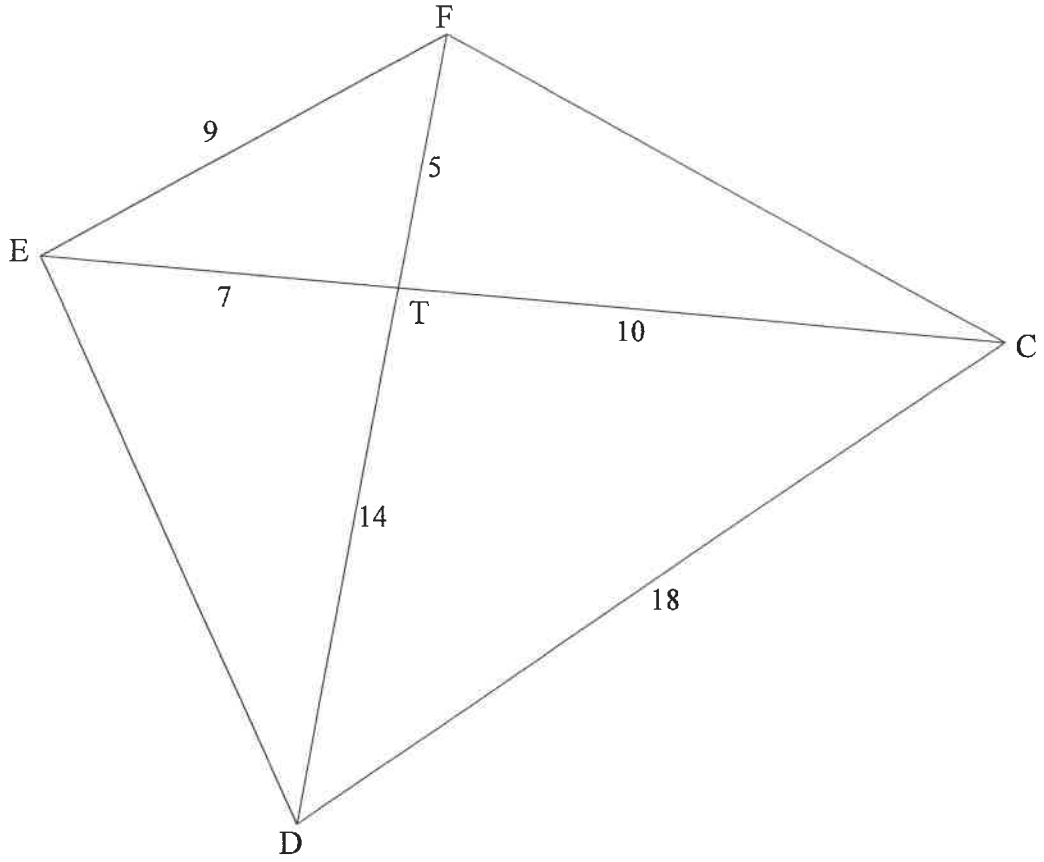
8.1.3 $P\hat{Q}W$ (3)

8.1.4 $\hat{U}_2$ (2)

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek



8.2 In die diagram sny die hoeklyne van vierhoek CDEF mekaar by T.
EF = 9 eenhede, DC = 18 eenhede, ET = 7 eenhede, TC = 10 eenhede, FT = 5 eenhede en TD = 14 eenhede.




Bewys, met redes, dat:

8.2.1 $E\hat{F}D = E\hat{C}D$ (4)

8.2.2 $D\hat{F}C = D\hat{E}C$ (3)

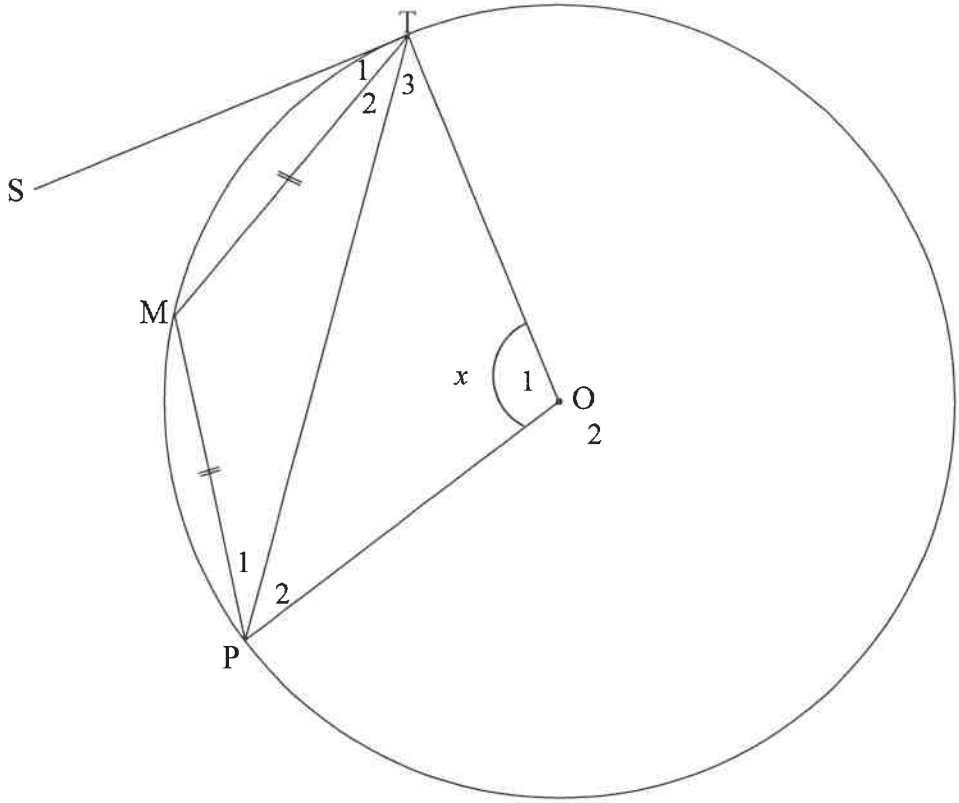
**[16]**

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek



**VRAAG 9**

In die diagram is O die middelpunt van die sirkel. ST is 'n raaklyn aan die sirkel by T. M en P is punte op die sirkel sodanig dat TM = MP. OT, OP en TP is getrek. Stel $\hat{O}_1 = x$.



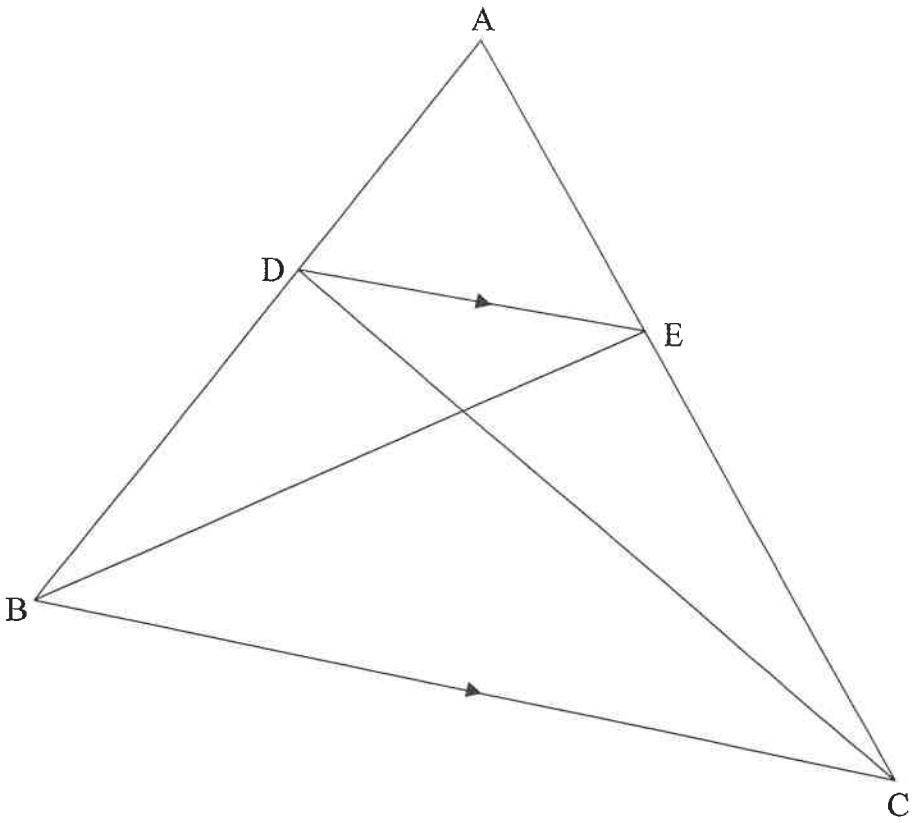

Bewys, met redes, dat $S\hat{T}M = \frac{1}{4}x$. **[7]**

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek



## VRAAG 10

10.1 In die diagram is $\Delta ABC$ geskets. D is 'n punt op AB en E is 'n punt op AC sodanig dat $DE \parallel BC$. BE en DC is getrek.

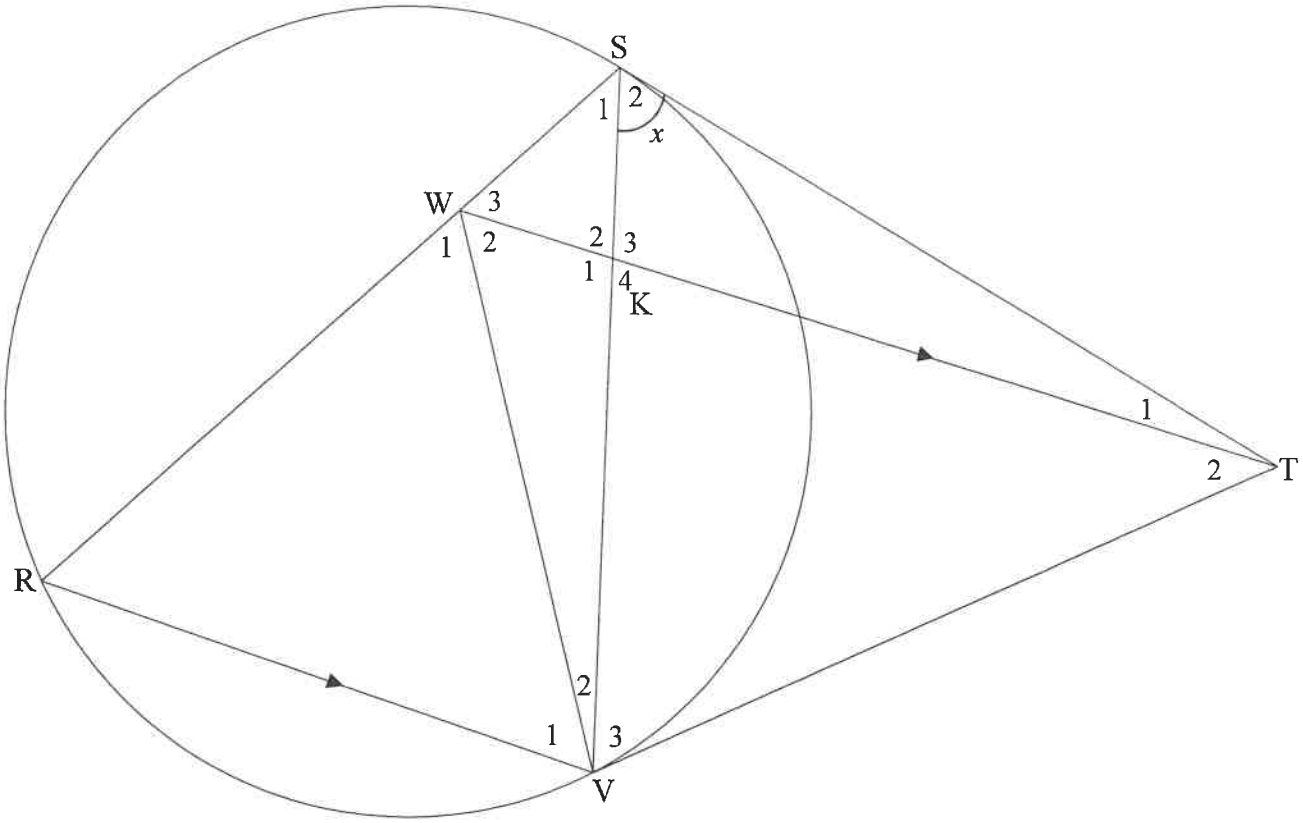



Gebruik die diagram om die stelling te bewys wat beweer dat 'n lyn wat ewewydig aan een sy van 'n driehoek getrek word die ander twee sye in dieselfde verhouding verdeel, met ander woorde bewys dat $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (6)

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek



10.2 In die diagram is ST en VT raaklyne aan die sirkel by S en V onderskeidelik. R is 'n punt op die sirkel en W is 'n punt op koord RS sodanig dat WT ewewydig is aan RV. SV en WV is getrek. WT sny SV by K. Stel $\hat{S}_2 = x$.




10.2.1 Skryf, met redes, DRIE ander hoeke neer wat ELK aan $x$ gelyk is. (6)

10.2.2 Bewys, met redes, dat:

(a) WSTV 'n koordevierhoek is (2)

(b) $\Delta$WRV gelykbenig is (4)

(c) $\Delta WRV \parallel\parallel \Delta TSV$ (3)

(d) $\frac{RV}{SR} = \frac{KV}{TS}$ (4)

**[25]**

**TOTAAL: 150**

Kopiereg voorbehou

Soek jy 'n fantastiese tutor? www.teachme2.com/matriek



# INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad A = P(1-ni)$ $\quad A = P(1-i)^n$ $\quad A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$ ; $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$ ; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad M\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

opp ΔABC $= \frac{1}{2}$ab.sinC

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$

Kopiereg voorbehou